



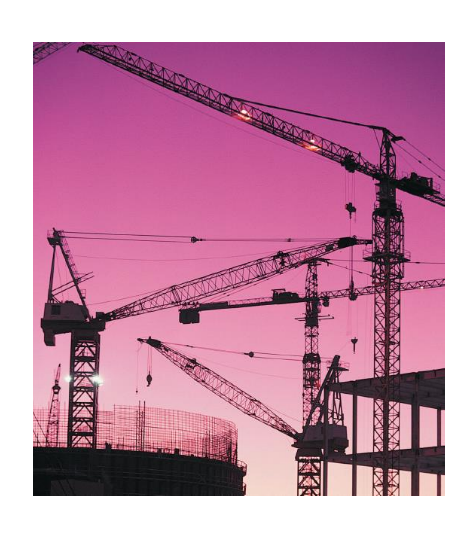
PROBLEMAS RESUELTOS DE

MECÁNICA VECTORIAL (ESTÁTICA).

PARA ESTUDIANTES DE INGENIERÍA, CIENCIA Y TECNOLOGÍA.

CAPÍTULO 1: ESTÁTICA DE PARTÍCULAS.

FUERZAS EN EL PLANO.



Ing. Willians Medina.

Maturín, marzo de 2022.

CONTENIDO.

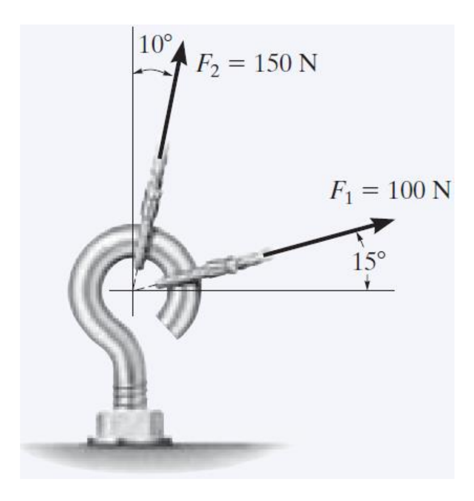
A continuación encontrarás los fundamentos teóricos, algunos ejemplos resueltos paso a paso así como una serie de ejercicios que se encuentran resueltos en www.tutoruniversitario.com/. Puedes dar click donde dice "VER SOLUCIÓN" e irás directamente al lugar donde se encuentra el ejercicio resuelto en nuestro site.

1.1.- FUERZAS EN UN PLANO.

Adición o suma de vectores. Solución gráfica.

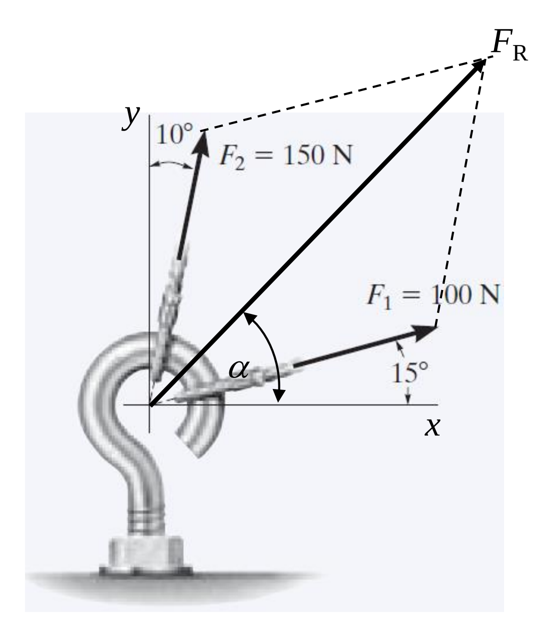
Ejemplo 1.1. Ejemplo 2.1 del Hibbeler. Décima Edición. Página 22. Ejemplo 2.1 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 23.

La armella roscada de la figura está sometida a dos fuerzas F_1 y F_2. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza resultante.



Solución.

En la figura siguiente se muestra el vector resultante:



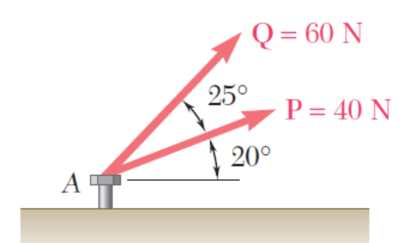
La magnitud (aproximada) del vector resultante es 213 N.

La dirección (aproximada) de la fuerza (ángulo α) resultante es 55°.

Trigonometría (Teorema del seno y teorema del coseno).

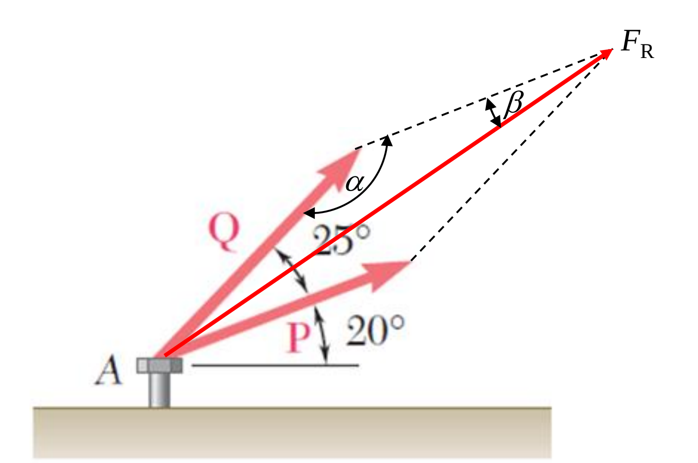
Ejemplo 1.2. Problema resuelto 2.1 del Beer – Johnston. Estática. Novena Edición. Página 22. Problema resuelto 2.1 del Beer . Johnston. Décima Edición. Página 18.

Las dos fuerzas P y Q actúan sobre el perno *A*. Determínese su resultante.



Solución.

En la figura siguiente se muestra el vector resultante:



Cálculo de α .

$$25+\alpha+25+\alpha=360$$

$$2\alpha=310º$$

$$\alpha=155º$$

Módulo de la resultante.

Teorema del coseno.

$$R=\sqrt{P^2+Q^2-2PQ\cos\alpha}$$

$$R=\sqrt{(40)^2+(60)^2-2(40)(60)\cos155º}$$

$$R=\sqrt{1600+3600-(-4350.28)}$$

$$R=\sqrt{9550.28}$$

R = 97.73 N

Dirección de la resultante (con respecto al eje x).

Ángulo β entre la resultante y el vector P.

Teorema del seno.

$$\frac{R}{\text{sen}\,\alpha}=\frac{Q}{\text{sen}\,\beta}$$

$$\text{sen}\,\beta=\frac{Q}{R}\text{sen}\,\alpha$$

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{60}{97.73}\operatorname{sen}155°$$

$$\operatorname{sen}\beta = 0.2595$$

$$\beta = \operatorname{sen}^{-1}(0.2595)$$

$$\beta = 15.04°$$

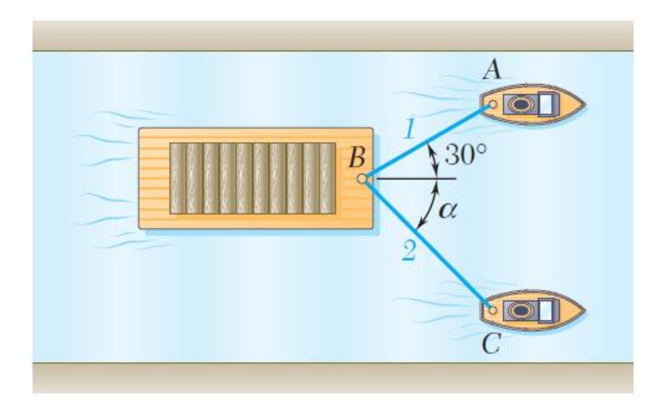
Dirección de la resultante:

$$\theta = 20° + 15.04°$$

$$\theta = 35.04°$$

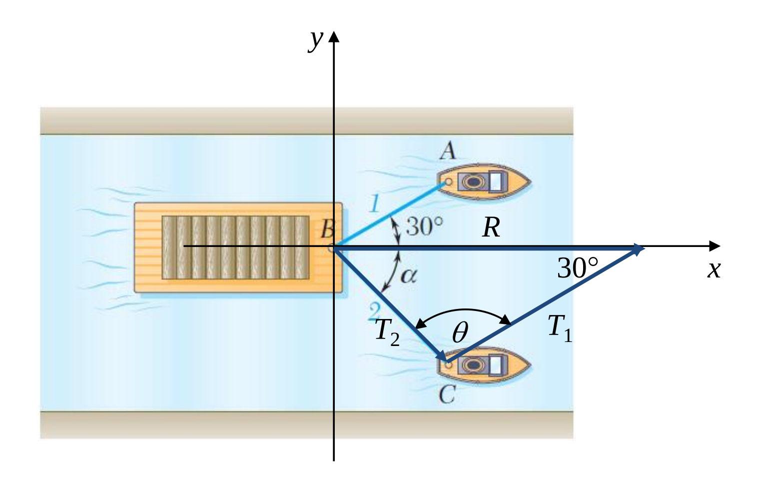
Ejemplo 1.3. Problema resuelto 2.2 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 23. Problema resuelto 2.2 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 19.

Un lanchón es arrastrado por dos remolcadores. Si la resultante de las fuerzas ejercidas por los remolcadores es una fuerza de 5000 lb dirigida a lo largo del eje del lanchón, determine: a) la tensión en cada una de las cuerdas, sabiendo que $\alpha = 45°$, y b) el valor de α tal que la tensión en la cuerda 2 sea mínima.



Solución.

a) En la figura siguiente se muestra el vector resultante:



Cálculo de θ.

Los ángulos α, θ y 30° son los ángulos internos de un triángulo.

$$\alpha + 30° + \theta = 180°$$

$$\theta = 150° - \alpha$$

$$\theta = 150° - 45°$$

$$\theta = 105°$$

Cálculo de T_1.

Teorema del seno.

$$\frac{T_1}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{R}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$T_1 = \frac{R}{\operatorname{sen}\theta}\operatorname{sen}\alpha$$

$$T_1 = \frac{5000 \text{ lb}}{\operatorname{sen}105°}\operatorname{sen}45°$$

T_1 = 3660.25 lb

Cálculo de T_2.

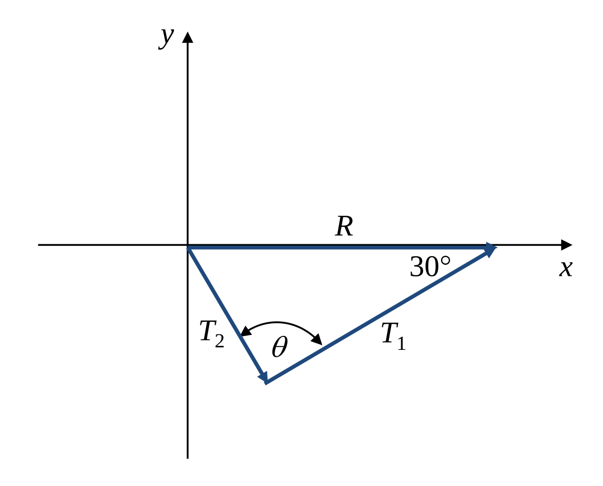
Teorema del seno.

$$\frac{T_2}{\operatorname{sen}30} = \frac{R}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$T_2 = \frac{5000 \text{ lb}}{\text{sen}\,105°}\text{sen}\,30°$$

T_2 = 2588.19 lb

b) Para que T_2 sea mínima, debe ser ortogonal a T_1.



$$\theta = 90°$$

Los valores correspondientes de T_1 y T_2 son:

$$T_1 = R\cos 30°$$

$$T_1 = 500 \text{ lb} \cos 30°$$

T_1 = 4330.13 lb

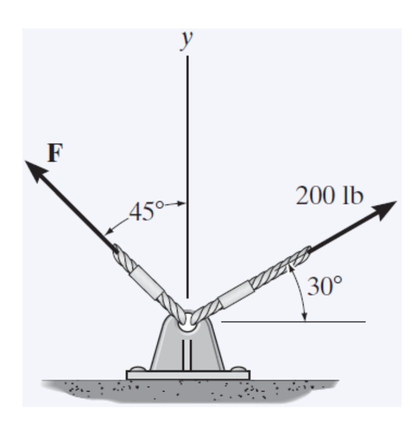
$$T_2 = R\,\text{sen}\,30°$$

$$T_2 = 500 \text{ lb sen}\,30°$$

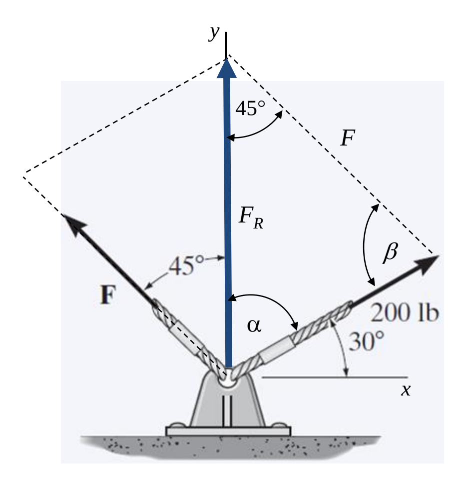
T_2 = 250 lb

Ejemplo 1.4. Ejemplo 2.3 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 25.

Determine la magnitud de la fuerza componente F en la figura y la magnitud de la fuerza resultante F_R si F_R está dirigida a lo largo del eje positivo y.



En la figura siguiente se muestra el vector resultante:



Cálculo de α y β.

Los ángulos α y 30° son complementarios.

$$\alpha + 30° = 90°$$

$$\alpha = 60°$$

Los ángulos α, β y 45° son los ángulos internos de un triángulo.

$$\alpha + 45° + \beta = 180°$$

$$60° + 45° + \beta = 180°$$

$$\beta = 75°$$

Cálculo de *F*.

Teorema del seno.

$$\frac{F}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{200 \text{ lb}}{\operatorname{sen} 45°}$$

$$F = \frac{200 \text{ lb}}{\text{sen } 45°} \text{sen } \alpha$$

$$F = \frac{200 \text{ lb}}{\text{sen } 45°} \text{sen } 60°$$

F = 244.94 lb

Cálculo de F_R.

Teorema del seno.

$$\frac{F_R}{\text{sen } \beta} = \frac{200 \text{ lb}}{\text{sen } 45°}$$

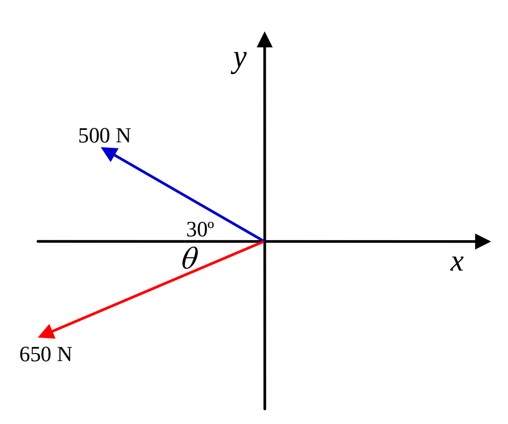
$$F_R = \frac{200 \text{ lb}}{\text{sen } 45°} \text{sen } \beta$$

$$F_R = \frac{200 \text{ lb}}{\text{sen } 45°} \text{sen } 75°$$

F_R = 273.21 lb

Ejemplo 1.5. Guía de Ejercicios Prof. Jacqueline Balza. UDOA.

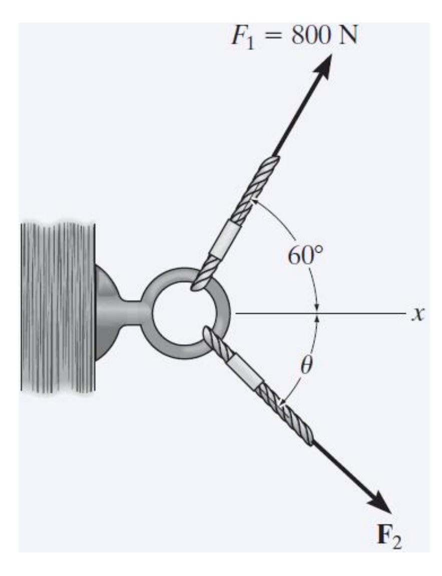
La ménsula mostrada soporta dos fuerzas. Determine el ángulo θ de manera tal que la línea de acción de la resultante quede a lo largo del eje x. ¿Cuál es la magnitud de la resultante?



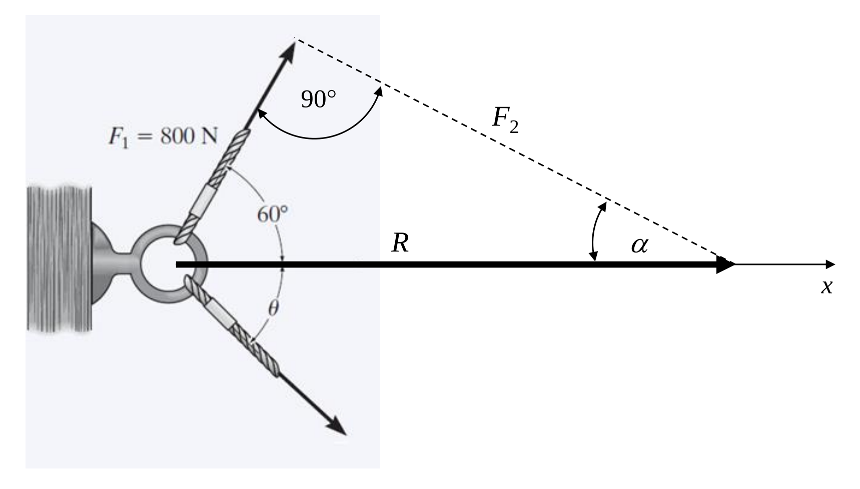
VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.6. Ejemplo 2.4 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 26.

Se requiere que la fuerza resultante que actúa sobre la arnella roscada de la figura esté dirigida a lo largo del eje positivo x y que F_2 tenga una magnitud mínima. Determine esta magnitud, el ángulo α y la fuerza resultante correspondiente.



Para que F_2 sea mínima, debe ser ortogonal a F_1. En la figura siguiente se muestra el vector resultante:



Cálculo de α.

Los ángulos de 60°, 90° y α son los ángulos internos de un triángulo.

$$60° + 90° + \alpha = 180°$$

$$\alpha = 30°$$

Cálculo de F_2.

Teorema del seno.

$$\frac{F_2}{\operatorname{sen} 60°} = \frac{F_1}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$F_2 = \frac{F_1}{\operatorname{sen} \alpha} \operatorname{sen} 60°$$

$$F_2 = \frac{800 \text{ N}}{\operatorname{sen} 30°} \operatorname{sen} 60°$$

F_2 = 1385 N

Cálculo de la fuerza resultante R.

Teorema del seno.

$$\frac{R}{\operatorname{sen} 90°} = \frac{F_1}{\operatorname{sen} \alpha}$$

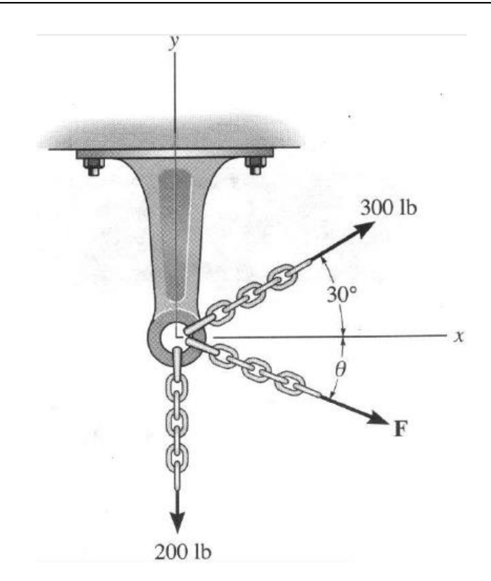
$$R = \frac{F_1}{\operatorname{sen} \alpha} \operatorname{sen} 90°$$

$$R = \frac{800 \text{ N}}{\operatorname{sen} 30°} \operatorname{sen} 90°$$

R = 1600 N

Ejemplo 1.7. Problema 2.30 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 31.

Tres cadenas actúan sobre la ménsula de forma que generan una fuerza resultante con una magnitud de 500 lb. Si dos de las cadenas están sometidas a fuerzas conocidas, como se muestra en la figura, determine el ángulo θ de la tercera cadena, medido en el sentido de las manecillas del reloj desde el eje x positivo, de manera que la magnitud de la fuerza F en esta cadena sea *mínima*. Todas las fuerzas se encuentran en el plano $x - y$. ¿Cuál es la magnitud de F? *Sugerencia*: encuentre primero la resultante de las dos fuerzas conocidas. La fuerza F actúa en esta dirección.

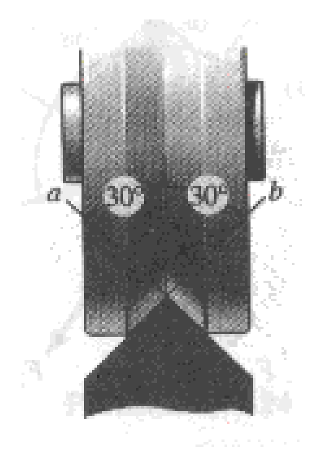


VER SOLUCIÓN.

Componentes de una fuerza a lo largo de dos ejes.

Ejemplo 1.8. Problema 2.9 del Hibbeler. Séptima Edición.

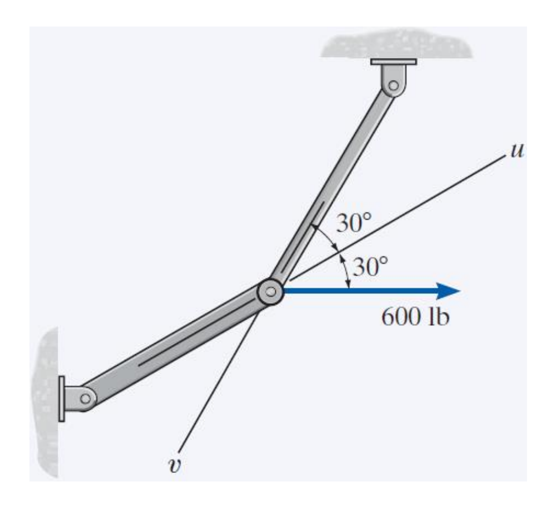
La rueda acanalada en V se utiliza para que corra a lo largo de un riel. Si el riel ejerce una fuerza vertical de 200 libras sobre la rueda, determine las componentes de esta fuerza que actúa a lo largo de los ejes *a* y *b*, que son perpendiculares a los lados del riel.



VER SOLUCIÓN.

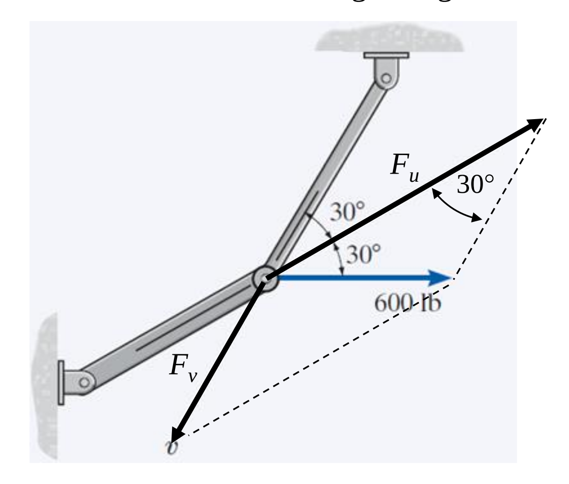
Ejemplo 1.9. Ejemplo 2.2 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 24.

Descomponga la fuerza horizontal de 600 lb que se muestra en la figura en componentes que actúan a lo largo de los ejes *u* y *v*, y determine la magnitud de estas componentes.



Solución.

La descomposición de la fuerza se muestra en la figura siguiente:



Cálculo de F_v.

Teorema del seno.

$$\frac{F_v}{\text{sen}\,30°}=\frac{600\ \text{lb}}{\text{sen}\,30°}$$

$F_v = 600$ lb

Cálculo de F_u.

Teorema del coseno.

$$F_v^2 = (600\text{ lb})^2 + F_u^2 - 2(600\text{ lb})\,F_u \cos 30°$$

$$(600\text{ lb})^2 = (600\text{ lb})^2 + F_u^2 - 2(600\text{ lb})\,F_u \cos 30°$$

$$F_u^2 - 2(600\text{ lb})\,F_u \cos 30° = 0$$

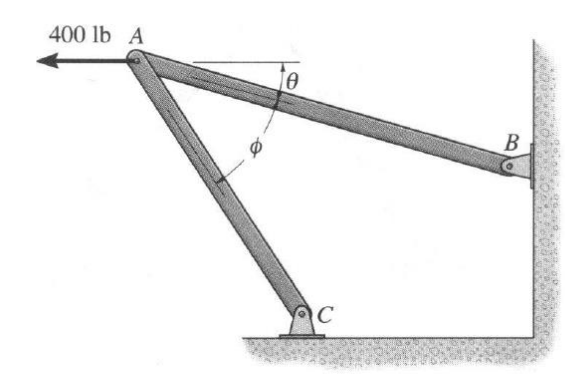
$$F_u - 2(600\text{ lb})\cos 30° = 0$$

$$F_u = 2(600\text{ lb})\cos 30°$$

F_u = 1039.23 lb

Ejemplo 1.10. Problema 2.15 del Hibbeler. Décima Edición. Página 28. Problema 2.14 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 29.

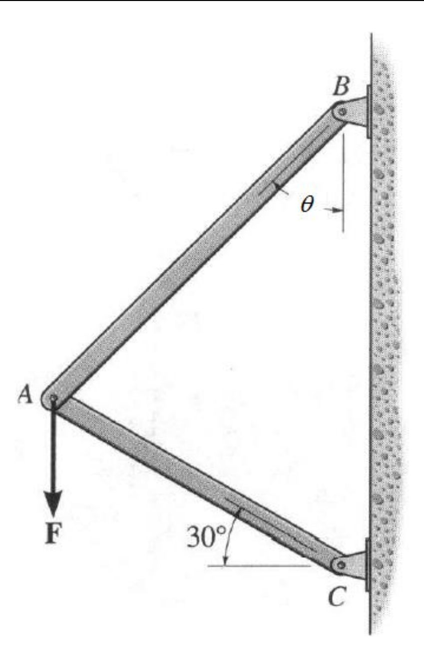
Determine el ángulo de diseño θ $(0° \leq \theta \leq 90°)$ para la barra AB de manera que la fuerza horizontal de 400 lb tenga una componente de 500 lb dirigida de A hacia C. ¿Cuál es la componente de la fuerza que actúa a lo largo del elemento AB?. Considere $\phi = 40°$.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.11. Problema 2.14 del Hibbeler. Séptima Edición.

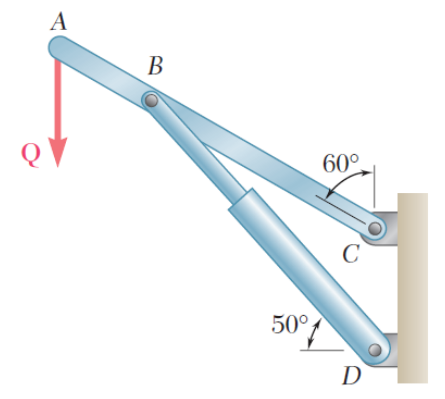
Una fuerza vertical de F = 60 libras actúa hacia abajo en el punto A de una estructura de dos partes. Determine el ángulo θ $(0° \leq \theta \leq 90°)$ del miembro AB de tal forma que la componente de F que actúa a lo largo del eje AB sea de 80 libras. ¿Cuál es la magnitud de la componente de la fuerza que actúa a lo largo del eje del miembro AC?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.12. Problema 2.26 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 34.

El cilindro hidráulico *BD* ejerce una fuerza P sobre el elemento *ABC*, dicha fuerza está dirigida a lo largo de la línea *BD*. Si se sabe que P debe tener una componente de 750 N perpendicular al elemento *ABC*, determine a) la magnitud de la fuerza P, b) su componente paralela a *ABC*.



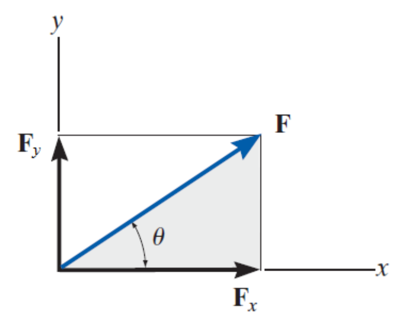
VER SOLUCIÓN.

Componentes rectangulares de una fuerza.

Cuando una fuerza se descompone en dos componentes a lo largo de los ejes *x* y *y*, dichas componentes suelen denominarse *componentes rectangulares*. Para el trabajo analítico, podemos representar estos componentes en dos formas, mediante notación escalar, o por notación vectorial cartesiana.

Notación escalar.

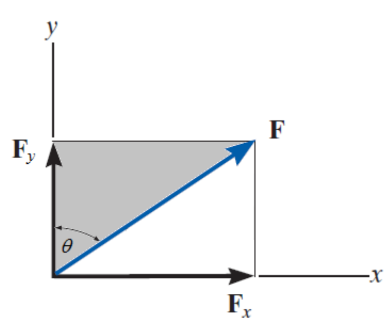
Las componentes rectangulares de la fuerza *F* que se muestran en la figura se encuentran al usar la ley del paralelogramo, de manera que $F = F_x + F_y$.



Como estas componentes forman un triángulo rectángulo, sus magnitudes se pueden determinar a partir de las siguientes ecuaciones:

$F_x = F\cos\theta$ y $F_y = F\,\mathrm{sen}\,\theta$.

Si el ángulo θ es medido con respecto a la vertical, entonces por trigonometría se tiene que las magnitudes de las componentes son:



$F_x = F\,\mathrm{sen}\,\theta$ y $F_y = F\cos\theta$.

Debido a la ambigüedad en las fórmulas para el cálculo de las componentes rectangulares de un vector, y la confusión que suele generar sobre si debe utilizar la función seno o la

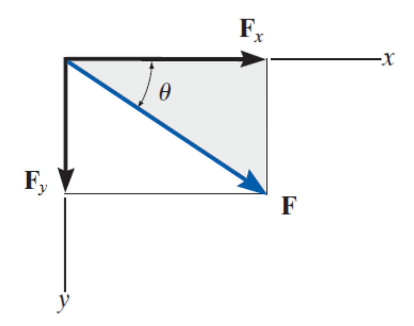
función coseno para una u otra componente, se ha enunciado un teorema, según el cual la determinación de las componentes rectangulares de un vector no está determinada por identidades trigonométricas tomadas a partir de un triángulo rectángulo, sino por la proyección del vector sobre los ejes coordenados.

Teorema.

Si un vector de módulo $\|V\|$ en el plano forma un ángulo θ con respecto a uno de los semiejes coordenados, se tiene que el valor absoluto de la componente proyectada a lo largo de dicho semieje es $\|V\|\cos\theta$, mientras que la proyección en su semieje complementario es $\|V\|\operatorname{sen}\theta$.

Otra forma útil de enunciar el teorema anterior es: El valor absoluto de la componente de un vector sobre un semieje es igual al producto del módulo del vector por el coseno del ángulo barrido en la proyección, mientras que a lo largo del semieje complementario, es igual al producto del módulo del vector por el seno del ángulo.

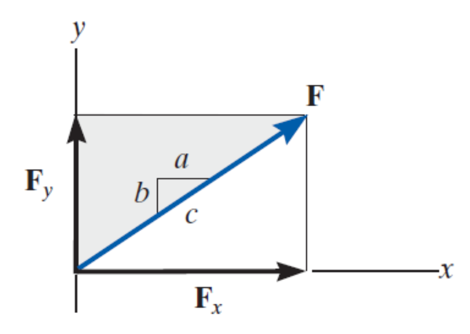
Para la siguiente figura:



Si se desea obtener la componente horizontal, la fuerza F debe proyectarse en el eje x, y para ello en su proyección pasa por encima del ángulo θ (hace el barrido del ángulo), por lo cual debe utilizarse la función coseno: $F_x = F\cos\theta$.

Si se desea obtener la componente vertical (componente complementaria), la fuerza F debe proyectarse en el eje y , y para ello su proyección ***no*** pasa por encima del ángulo θ, por lo cual debe utilizarse la función seno: $F_y = -F\operatorname{sen}\theta$. El signo negativo se coloca puesto que la componente vertical F_y apunta hacia la parte negativa del eje.

La dirección de F también se puede definir mediante un pequeño triángulo de "pendiente", como el que se muestra en la figura



Como este triángulo y el triángulo sombreado más grande son semejantes, la longitud proporcional de los lados da las componentes rectangulares de la fuerza.

Componente x.

$$\frac{F_x}{a} = \frac{F}{c}$$

$$F_x = \frac{a}{c} F$$

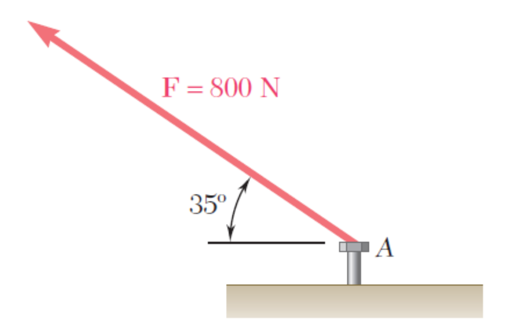
Componente y.

$$\frac{F_y}{b} = \frac{F}{c}$$

$$F_y = \frac{b}{c} F$$

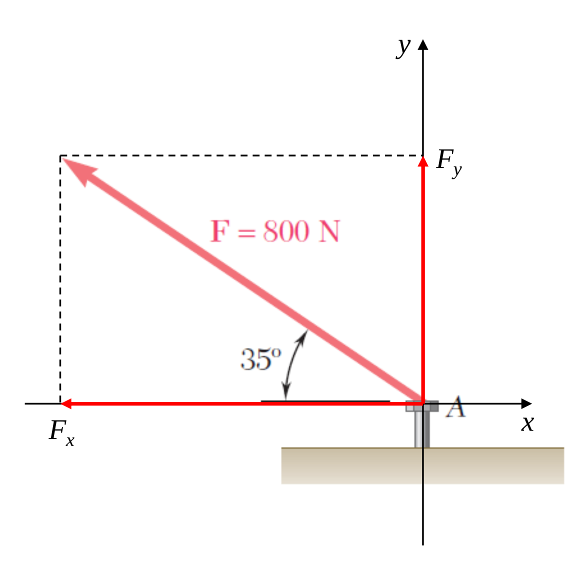
Ejemplo 1.13. Ejemplo 1 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 28.

Una fuerza de 800 N se ejerce sobre un perno A como se muestra en la figura. Determínese las componentes horizontal y vertical de la fuerza.



Solución.

En la figura siguiente se muestran las componentes rectangulares del vector:



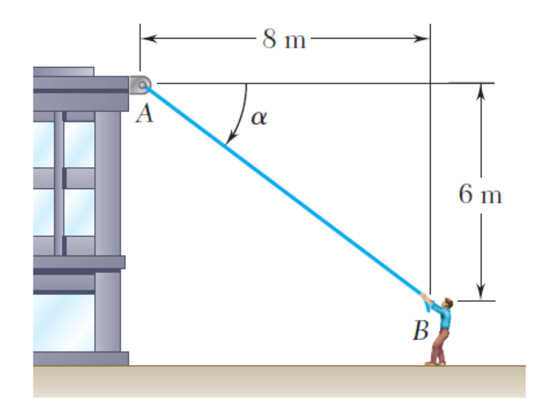
El valor de las componentes es:

$F_x = -800 \cos 35° = -655.32$ N

$F_y = 800 \text{ sen } 35° = 458.86$ N

Ejemplo 1.14. Ejemplo 2 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 29.

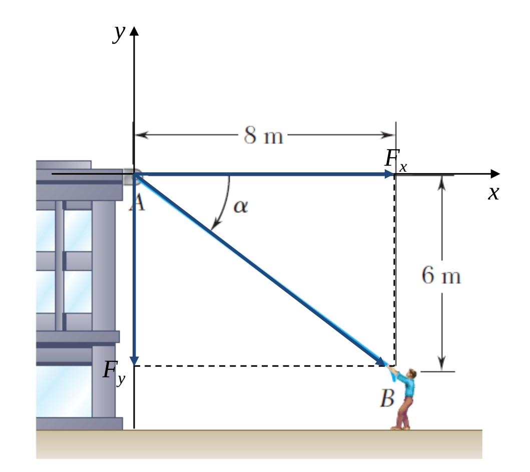
Un hombre jala una cuerda atada a un edificio con una fuerza de 300 N, como se muestra en la figura. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida por la cuerda en el punto *A*?



Solución.

Primer mecanismo de solución.

En la figura siguiente se muestran las componentes rectangulares del vector:



Se determina el valor del ángulo α .

$$\tan\alpha = \frac{6}{8}$$

$$\tan\alpha = 0.75$$

$$\alpha = 36.87°$$

El valor de las componentes es:

F_x = 300 cos 36.87° = 240 N

F_y = –300 sen 36.87° = –180 N

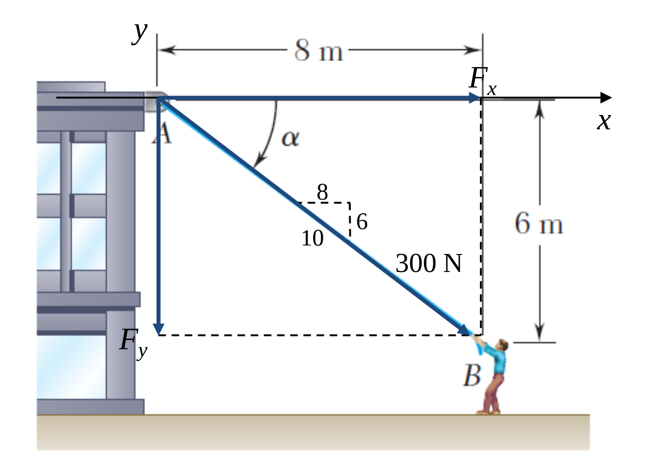
Segundo mecanismo de solución.

Se aplican triángulos semejantes.

Puesto que el triángulo *ABC* es rectángulo, la medida de la hipotenusa es:

$$AB = \sqrt{(8\,\text{m})^2 + (6\,\text{m})^2} = 10\,\text{m}$$

Se tiene entonces el triángulo de pendiente mostrado en la figura:



$$\frac{F_x}{8}=\frac{300\text{ N}}{10}$$

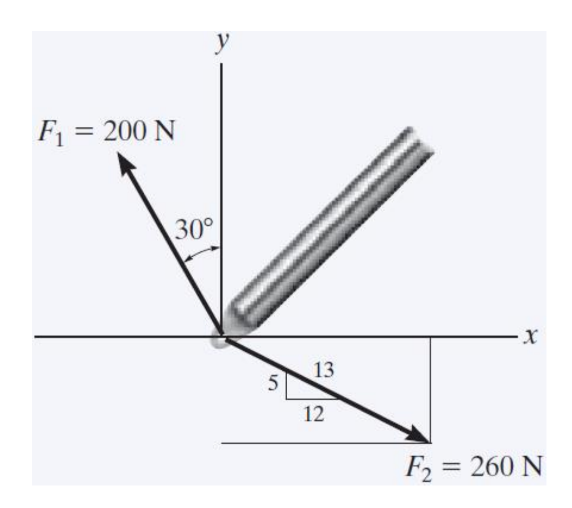
$F_x = 240$ N

$$\frac{F_y}{6}=\frac{300\text{ N}}{10}$$

$F_y = –180$ N

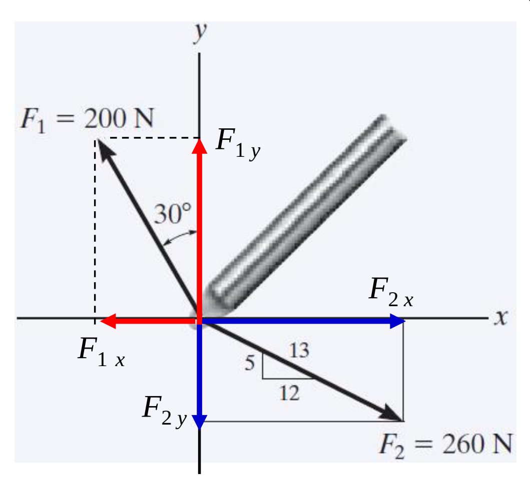
Ejemplo 1.15. Ejemplo 2.5 del Hibbeler. Décima Edición. Página 35. Ejemplo 2.5 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 35.

Determine las componentes x y y de F_1 y F_2 que actúan sobre la barra mostrada en la figura. Exprese cada fuerza como un vector cartesiano.



Solución.

Las componentes rectangulares de cada vector se muestran en la figura siguiente:



Fuerza F_1.

$F_{1x} = -F_1$ sen 30° = –200 sen 30° = –100 N

$F_{1y} = F_1$ cos 30° = 200 cos 30° = 173.21 N

F_1 = (–100 *i* + 173.21 *j*) N

Fuerza F_2.

$$\frac{F_{2x}}{12} = \frac{F_2}{13}$$

$$F_{2x} = \frac{12\,F_2}{13}$$

$$F_{2x} = \frac{12 \times 260\text{ N}}{13}$$

F_{2x} = 240 N

$$\frac{F_{2y}}{5} = \frac{F_2}{13}$$

$$F_{2y} = \frac{5\,F_2}{13}$$

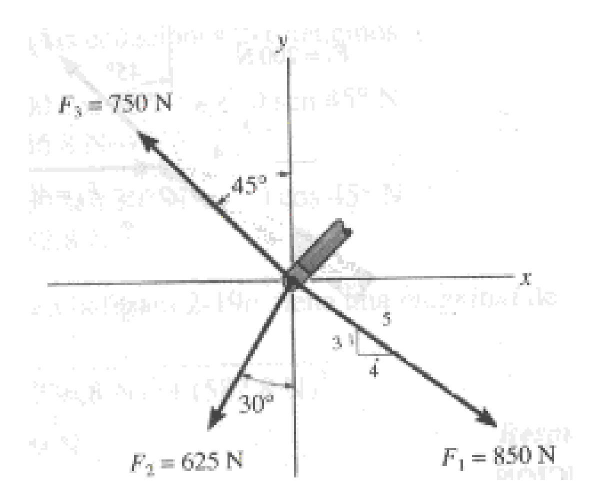
$$F_{2y} = \frac{5 \times 260\text{ N}}{13}$$

F_{2y} = 100 N

F_2 = (240 *i* – 100 *j*) N

Ejemplo 1.16. Problema 2.36 del Hibbeler. Séptima Edición.

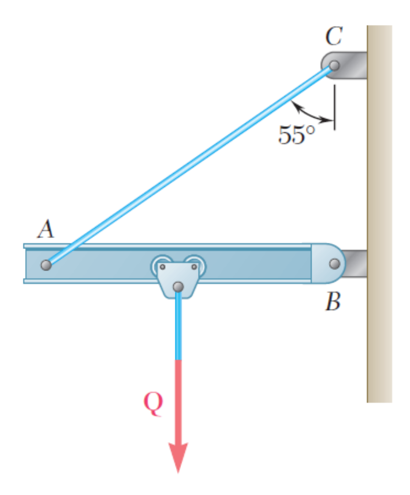
Exprese las fuerzas F_1, F_2 y F_3 como vectores cartesianos.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.17. Problema 2.230 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 34.

El cable *AC* ejerce sobre la viga *AB* una fuerza P dirigida a lo largo de la línea *AC*. Si se sabe que P debe tener una componente vertical de 350 lb, determine a) la magnitud de la fuerza P y b) su componente horizontal.

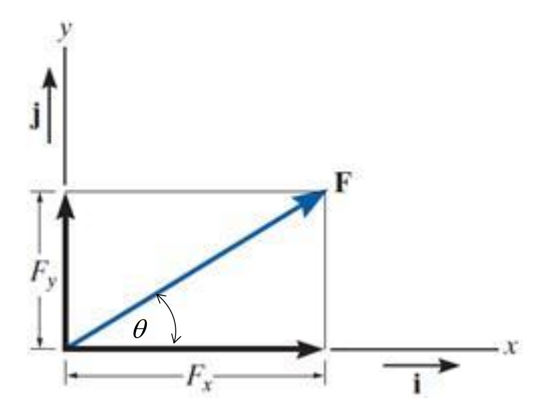


VER SOLUCIÓN.

Vectores unitarios.

Notación vectorial cartesiana.

También es posible representar las componentes *x* y *y* de una fuerza en términos de vectores unitarios cartesianos i y j. Cada uno de estos vectores unitarios tiene una magnitud adimensional de uno, y por lo tanto pueden usarse para designar as *direcciones* de los ejes *x* y *y*, respectivamente.



Como la *magnitud* de cada componente de F es *siempre una cantidad positiva*, la cual está representada por los escalares (positivos) F_x y F_y , entonces podemos expresar *F* como un *vector cartesiano*.

$$F = F_x i + F_y j$$

Magnitud de la fuerza.

$$\|F\| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Dirección de la fuerza.

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{F_y}{F_x}\right|$$

Ejemplo 1.18. Ejemplo 3 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 29.

Una fuerza $F = (700\,\text{lb})i + (1500\,\text{lb})j$ se aplica a un perno *A*. Determínese la magnitud de la fuerza y el ángulo θ que forma con la horizontal.

Solución.

Magnitud de la fuerza.

$$\|F_R\| = \sqrt{(700)^2 + (1500)^2}$$

$$\|F_R\| = \sqrt{490000 + 2250000}$$

$$\|F_R\| = \sqrt{2740000}$$

$$\|F_R\| = 1655.29 \text{ lb}$$

Dirección de la fuerza.

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{1500}{700}\right|$$

$$\theta = \tan^{-1}(2.1428)$$

$$\theta = 64.98°$$

Operaciones con vectores.

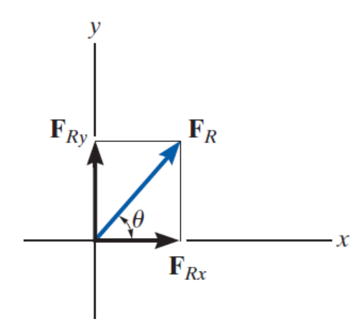
Resultante de fuerzas coplanares.

Podemos representar en forma simbólica las componentes de la fuerza resultante de cualquier número de fuerzas coplanares mediante la suma algebraica de las componentes x y y de todas las fuerzas, esto es,

$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

Una vez que se determinen estas componentes, pueden bosquejarse a lo largo de los ejes x y y con un sentido de dirección adecuado, y la fuerza resultante puede determinarse con base en una suma vectorial como se muestra en la figura



Después, a partir de este bosquejo, se encuentra la magnitud de F_R por medio del teorema de Pitágoras; es decir,

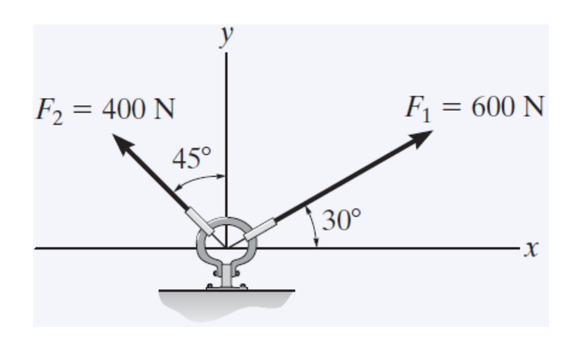
$$\|F_R\| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

Asimismo, el ángulo θ, que especifica la dirección de la fuerza resultante, se determina por trigonometría:

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right|$$

Ejemplo 1.19. Ejemplo 2.6 del Hibbeler. Décima Edición. Página 36.

La armella que se muestra en la figura está sometida a las dos fuerzas F_1 y F_2. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza resultante.



Solución.

$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Rx} = F_1 \cos 30° - F_2 \text{ sen } 45°$$

$$F_{Rx} = 600 \cos 30° - 400 \text{ sen } 45°$$

$$F_{Rx} = 236.77 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

$$F_{Ry} = F_1 \text{ sen } 30° + F_2 \cos 45°$$

$$F_{Ry} = 600 \text{ sen } 30° + 400 \cos 45°$$

$$F_{Ry} = 582.84 \text{ N}$$

Vector fuerza resultante.

$$F_R = (236.77\,i + 582.84\,j)\ \text{N}$$

Magnitud de la fuerza.

$$\|F_R\| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\|F_R\| = \sqrt{(236.77)^2 + (582.84)^2}$$

$$\|F_R\| = \sqrt{56060.0329 + 339702.4656}$$

$$\|F_R\| = \sqrt{395762.4985}$$

$$\|F_R\| = 629.10\ \text{N}$$

Dirección de la fuerza.

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right|$$

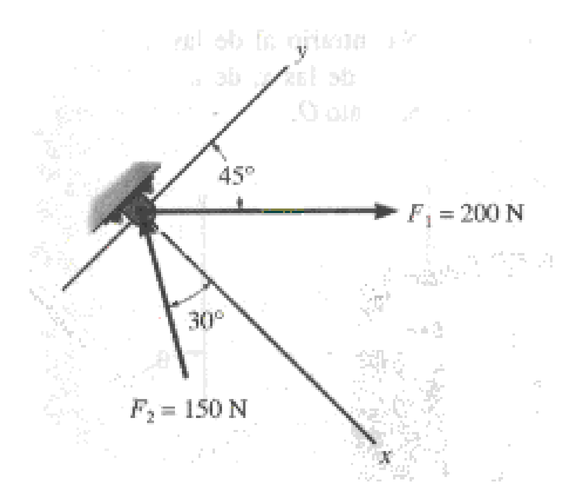
$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{582.84}{236.77}\right|$$

$$\theta = \tan^{-1}(2.4616)$$

$$\theta = 67.89°$$

Ejemplo 1.20. Problema 2.41 del Hibbeler. Séptima Edición.

Determine la magnitud de la fuerza resultante y su dirección, medida en sentido contrario a las manecillas del reloj con respecto al eje positivo de las x.

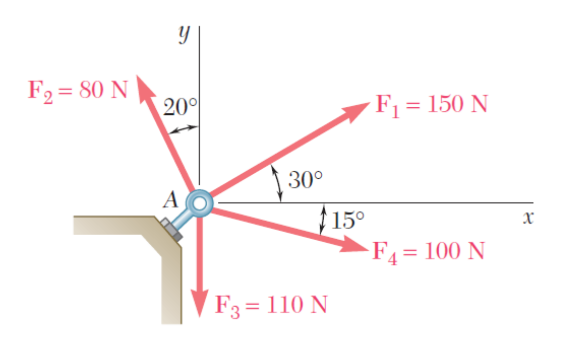


VER SOLUCIÓN.

Suma de un sistema de fuerzas coplanares.

Ejemplo 1.21. Problema resuelto 2.3 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 31. Problema resuelto 2.3 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 26.

Cuatro fuerzas actúan sobre un perno *A* como se muestra en la figura. Determine la resultante de las fuerzas sobre el perno.



Solución.

$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Rx} = F_1 \cos 30° - F_2 \text{ sen } 20° + F_3 \cos 15°$$

$$F_{Rx} = 150 \cos 30° - 80 \text{ sen } 20° + 100 \cos 15°$$

$$F_{Rx} = 199.13 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

$$F_{Ry} = F_1 \operatorname{sen} 30° + F_2 \cos 20° - F_3 - F_4 \operatorname{sen} 15°$$

$$F_{Ry} = 150 \operatorname{sen} 30° + 80 \cos 20° - 110 - 100 \operatorname{sen} 15°$$

$$F_{Ry} = 14.29 \text{ N}$$

Vector fuerza resultante.

$$F_R = (199.13 i + 14.29 j) \text{ N}$$

Magnitud de la fuerza.

$$\| F_R \| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\| F_R \| = \sqrt{(199.13)^2 + (14.29)^2}$$

$$\| F_R \| = \sqrt{39652.7569 + 204.2041}$$

$$\| F_R \| = \sqrt{39856.9610}$$

$$\| F_R \| = 199.64 \text{ N}$$

Dirección de la fuerza.

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right|$$

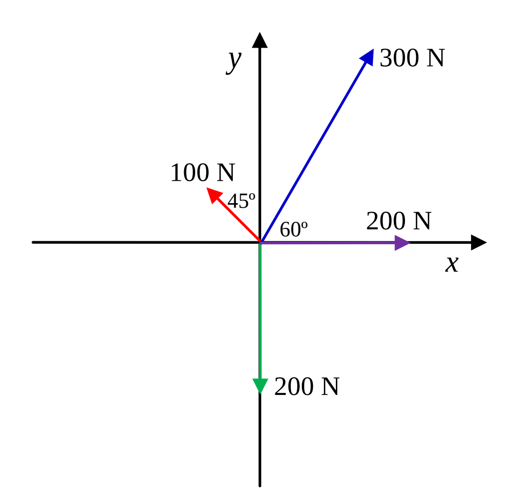
$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{14.29}{199.13} \right|$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.0718)$$

$$\theta = 4.10°$$

Ejemplo 1.22. Guía de Ejercicios Prof. Jacqueline Balza. UDOA.

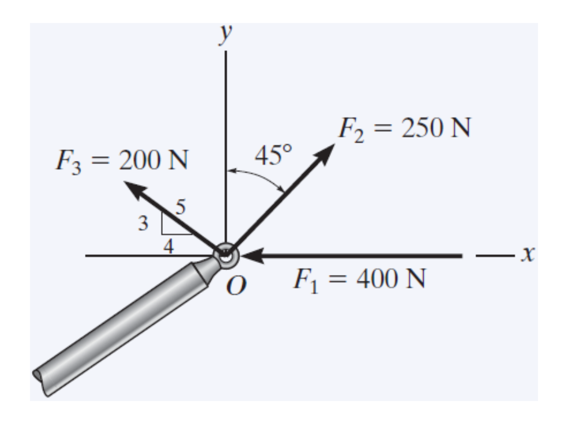
Determinar la magnitud y dirección de la resultante en la figura mostrada (Método de las componentes).



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.23. Ejemplo 2.7 del Hibbeler. Décima Edición. Página 37. Ejemplo 2.7 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 37.

El extremo de la barra *O* mostrada en la figura está sometido a tres fuerzas coplanares concurrentes. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza resultante.



Solución.

$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Rx} = -F_1 + F_2 \text{ sen } 45° + \tfrac{4}{5} F_3$$

$$F_{Rx} = -400 + 250 \text{ sen } 45° + \tfrac{4}{5}(200)$$

$$F_{Rx} = -63.22 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

$$F_{Ry} = F_2 \cos 45° + \tfrac{3}{5} F_3$$

$$F_{Ry} = 250 \cos 45° + \tfrac{3}{5}(200)$$

$$F_{Ry} = 296.78 \text{ N}$$

Vector fuerza resultante.

$$F_R = (-63.22\, i + 296.78\, j) \text{ N}$$

Magnitud de la fuerza.

$$\| F_R \| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\| F_R \| = \sqrt{(-63.22)^2 + (296.78)^2}$$

$$\| F_R \| = \sqrt{3996.7684 + 88078.3684}$$

$$\| F_R \| = \sqrt{92075.1368}$$

$$\| F_R \| = 303.44 \text{ N}$$

Dirección de la fuerza.

$$\theta = \tan^{-1}\left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right|$$

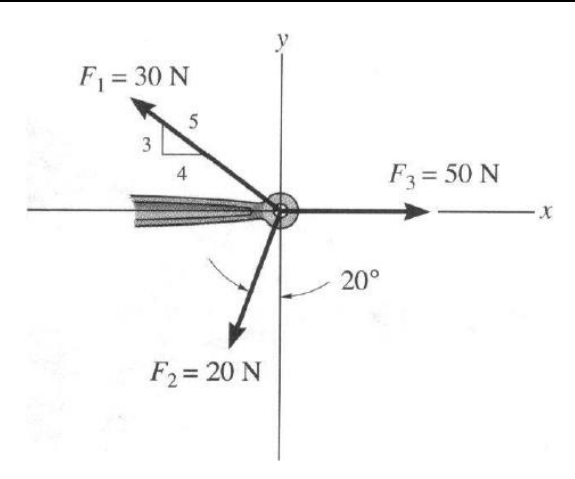
$$\theta = \tan^{-1}\left| \frac{296.78}{-63.22} \right|$$

$$\theta = \tan^{-1}(4.6944)$$

$$\theta = 77.97°$$

Ejemplo 1.24. Problema 2.42 del Hibbeler. Décima Edición. Página 39.

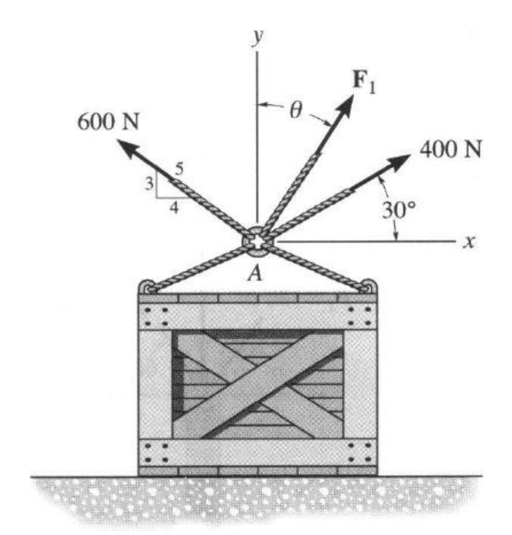
Determine la magnitud y la dirección de la resultante $F_R = F_1 + F_2 + F_3$ de las tres fuerzas sumando las componentes rectangulares o x, y de las fuerzas para obtener la fuerza resultante.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.25. Problema 2.38 del Hibbeler. Décima Edición. Página 39.

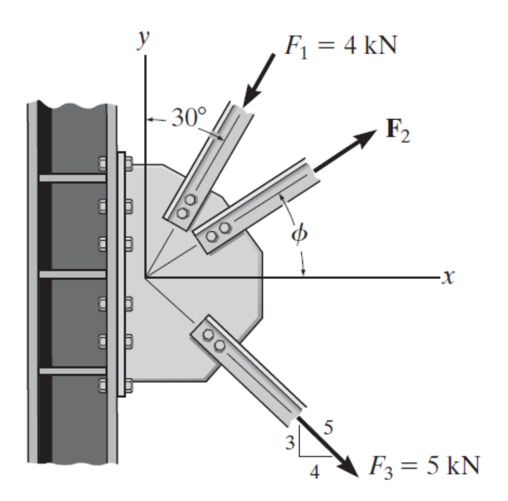
Determine la magnitud y la dirección, medida ésta en sentido contrario al de las manecillas del reloj desde el eje x positivo, de la fuerza resultante de las tres fuerzas que actúan sobre el anillo A. Considere $F_1 = 500$ N y $\theta = 20°$.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.26. Problema 2.38 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 40.

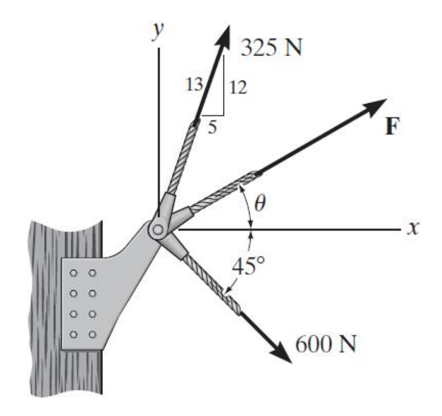
Si $\phi = 30°$ y la fuerza resultante que actúa sobre la placa de refuerzo está dirigida a lo largo del eje x positivo, determine las magnitudes de F_2 y la fuerza resultante.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.27. Problema 2.10 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 38.

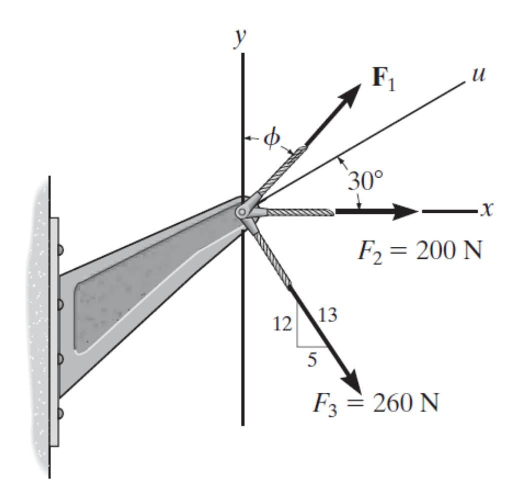
Si la fuerza resultante que actúa sobre la ménsula debe ser de 750 N y estar dirigida a lo largo del eje x positivo, determine la magnitud de F y su dirección θ.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.28. Problema 2.52 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 41.

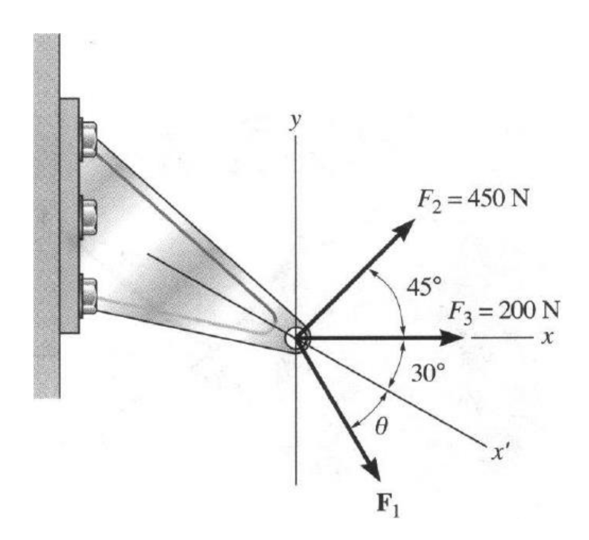
Si la magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre la ménsula debe ser de 450 N y está dirigida a lo largo del eje u positivo, determine la magnitud de F_1 y su dirección ϕ.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.29. Problema 2.35 del Hibbeler. Décima Edición. Página 39.

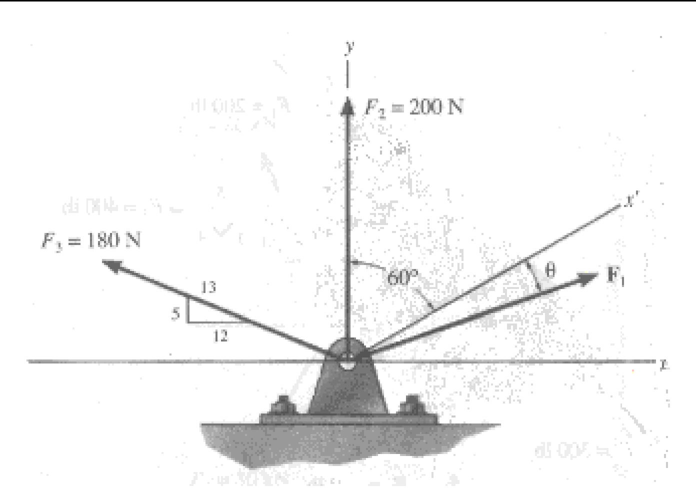
Tres fuerzas actúan sobre la ménsula. Determine la magnitud y la dirección θ de F_1 de manera que la fuerza resultante esté dirigida a lo largo del eje x' positivo y tenga una magnitud de 1 kN.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.30. Problema 2.56 del Hibbeler. Séptima Edición.

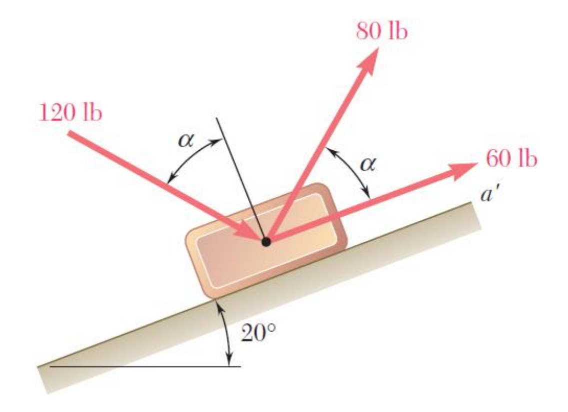
Tres fuerzas actúan en la ménsula. Determine la magnitud y dirección θ de F_1 de tal forma que la fuerza resultante se dirija a lo largo del eje positivo de las x' y que tenga una magnitud de 800 N.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.31. Problema 2.37 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 35.

a) Si se sabe que $\alpha = 40°$, determine la resultante de las tres fuerzas que se muestran en la figura. b) determine el valor requerido de α si la resultante de las tres fuerzas mostradas debe ser paralela al plano inclinado y la magnitud correspondiente de la resultante.



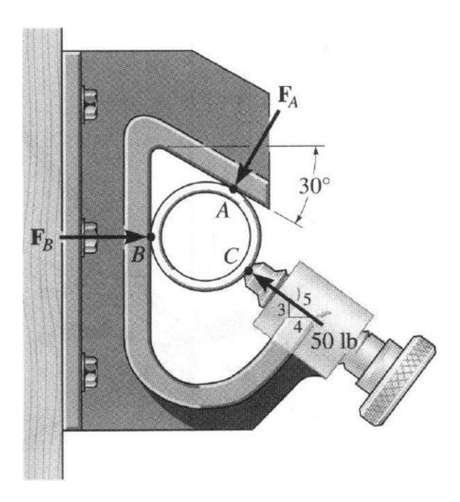
VER SOLUCIÓN.

1.2.- EQUILIBRIO DE UNA PARTÍCULA EN EL PLANO.

Cuerpos sometidos a tres fuerzas.

Ejemplo 1.32. Problema 3.66 del Hibbeler. Décima Edición. Página 110.

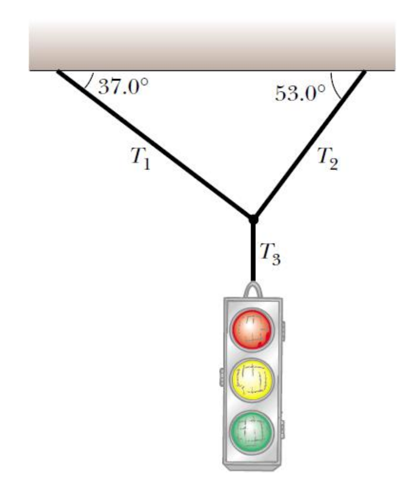
El tubo es mantenido en su lugar por la prensa mecánica. Si el perno ejerce una fuerza de 50 libras sobre el tubo en la dirección mostrada, determine las fuerzas F_A y F_B que los contactos lisos en A y B ejercen sobre el tubo.



VER SOLUCIÓN.

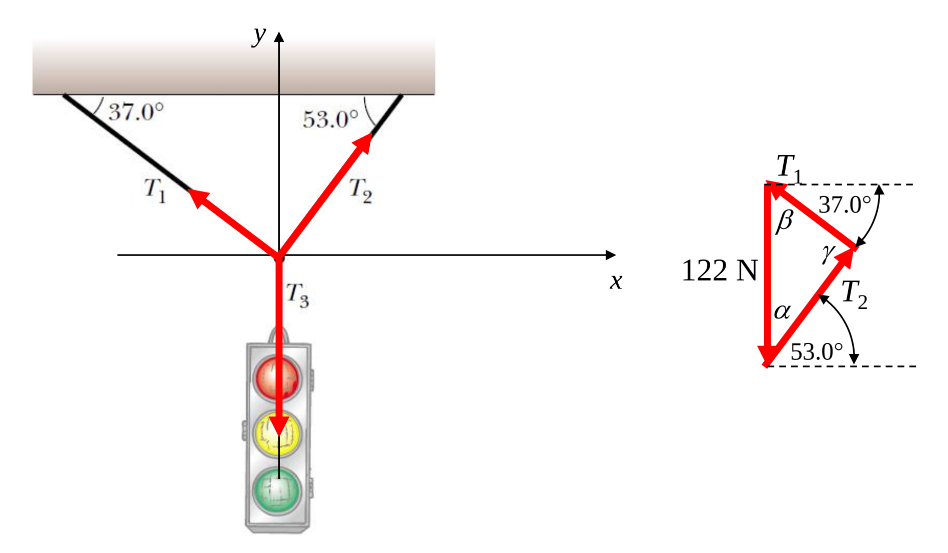
Ejemplo 1.33. Ejemplo 5.4 del Serway. Séptima Edición. Página 111.

Un semáforo que pesa 122 N cuelga de un cable unido a otros dos cables sostenidos a un soporte como en la figura. Los cables superiores forman ángulos de 37.0° y 53° con la horizontal. Estos cables superiores no son tan fuertes como el cable vertical y se romperán si la tensión en ellos supera los 100 N. ¿El semáforo permanecerá colgado en esta situación, o alguno de los cables se romperá?



Solución.

En la figura siguiente se muestra el diagrama del cuerpo libre y el diagrama de las tres fuerzas involucradas:



Cálculo de α, β y γ.

Los ángulos de 53.0° y α son complementarios.

$$\alpha + 53.0° = 90°$$

$$\alpha = 90° - 53.0°$$

$$\alpha = 37.0°$$

Los ángulos de 37.0° y β son complementarios.

$$\beta + 37.0° = 90°$$

$$\beta = 90° - 37.0°$$

$$\beta = 53.0°$$

Los ángulos α, β y γ son los ángulos internos de un triángulo.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

$$\gamma = 180° - \alpha - \beta$$

$$\gamma = 180° - 37.0° - 53.0°$$

$$\gamma = 90°$$

Cálculo de T_1.

Teorema del seno.

$$\frac{T_1}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{122\text{ N}}{\text{sen}\,\gamma}$$

$$T_1 = \frac{122\text{ N}}{\text{sen}\,\gamma}\,\text{sen}\,\alpha$$

$$T_1 = \frac{122\text{ N}}{\text{sen}\,90°}\,\text{sen}\,37.0°$$

T_1 = 73.42 N

Cálculo de T_2.

Teorema del seno.

$$\frac{T_2}{\text{sen}\,\beta} = \frac{122\text{ N}}{\text{sen}\,\gamma}$$

$$T_2 = \frac{122\text{ N}}{\text{sen}\,\gamma}\,\text{sen}\,\beta$$

$$T_2 = \frac{122\text{ N}}{\text{sen}\,90°}\,\text{sen}\,53.0°$$

T_2 = 97.43 N

Ambos valores son menores que 100 N, de modo que los cables no se romperán.

Una forma alterna de resolver este problema es mediante la descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares.

$$F_{Rx} = \sum F_x = 0$$

$$-T_1 \cos 37.0° + T_2 \cos 53.0° = 0 \ \ (1)$$

$$F_{Ry} = \sum F_y = 0$$

$$T_1 \text{ sen } 37.0° + T_2 \text{ sen } 53.0° - 122 = 0$$

$$T_1 \text{ sen } 37.0° + T_2 \text{ sen } 53.0° = 122 \ \ (2)$$

Al resolver el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones (1) y (2):

T_1 = 73.42 N

T_2 = 97.43 N

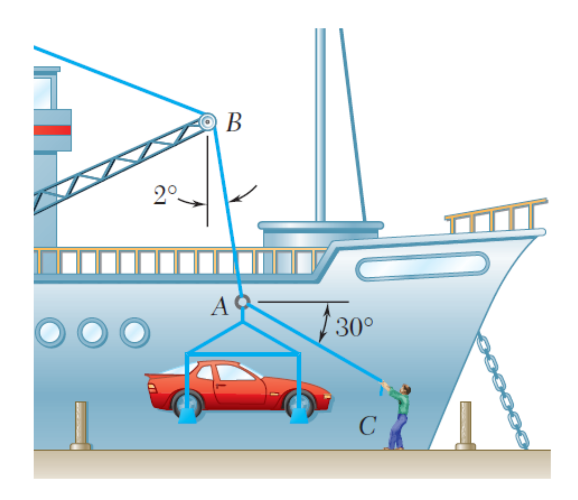
Comentario del autor.

A pesar de que se dispone de varios métodos para resolver el sistema de ecuaciones (Sustitución, igualación, eliminación, Regla de Crámer, entre otros), es irrelevante el mecanismo que se utilice para resolver dicho sistema de ecuaciones. A este nivel puede

utilizarse una calculadora científico programable para obtener la solución de manera rápida sin especificar un mecanismo riguroso de solución. **Sólo se implementará un mecanismo riguroso de solución en forma escrita si y sólo si el Profesor lo exige.**

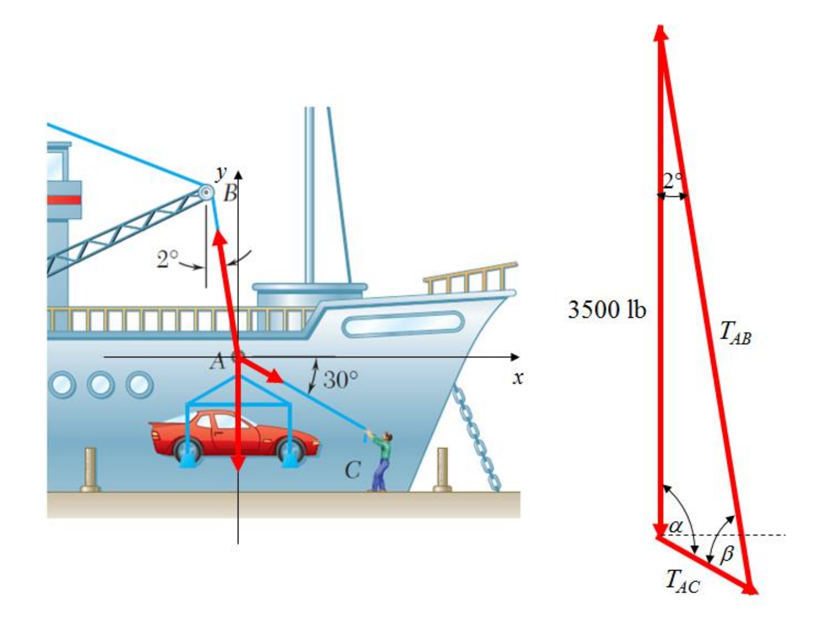
Ejemplo 1.34. Problema resuelto 2.4 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 39. Problema resuelto 2.4 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 32.

En la operación de descarga de un barco, un automóvil de 3500 lb es soportado por un cable. Se ata una cuerda al cable en *A* y se tira para centrar al automóvil sobre la posición deseada. El ángulo entre el cable y la vertical es de 2°, mientras que el ángulo entre la cuerda y la horizontal es de 30°. ¿Cuál es la tensión en la cuerda?



Solución.

En la figura siguiente se muestra el diagrama del cuerpo libre y el diagrama de las tres fuerzas involucradas:



Cálculo de α.

$\alpha = 90° + 30°$

$\alpha = 120°$

Cálculo de β.

Los ángulos de 2°, α y β son los ángulos internos de un triángulo.

$2° + \alpha + \beta = 180°$

$\beta = 180° - 2° - \alpha$

$\beta = 180° - 2° - 120°$

$\beta = 58°$

Tensión en la cuerda.

$$\frac{T_{AC}}{\text{sen } 2°} = \frac{3500 \text{ lb}}{\text{sen } \beta}$$

$$T_{AC} = \frac{3500 \text{ lb}}{\text{sen } \beta} \text{sen } 2°$$

$$T_{AC} = \frac{3500 \text{ lb}}{\text{sen } 58°} \text{sen } 2°$$

T_{AC} = 144.03 lb

Una forma alterna de resolver este problema es mediante la descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares.

$$F_{Rx} = \sum F_x = 0$$

$$T_{AC}\cos 30° - T_{AB}\,\text{sen}\,2° = 0 \;\; (1)$$

$$F_{Ry} = \sum F_y = 0$$

$$-T_{AC}\,\text{sen}\,30° + T_{AB}\cos 2° - 3500 = 0$$

$$-T_{AC}\,\text{sen}\,30° + T_{AB}\cos 2° = 3500 \;\; (2)$$

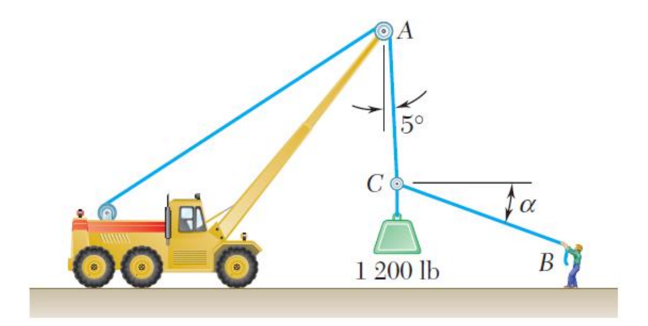
Al resolver el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones (1) y (2):

T_{AC} = 144.03 lb

T_{AB} = 3574.19 lb

Ejemplo 1.35. Problema 2.47 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 42. Problema 2.45 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 36.

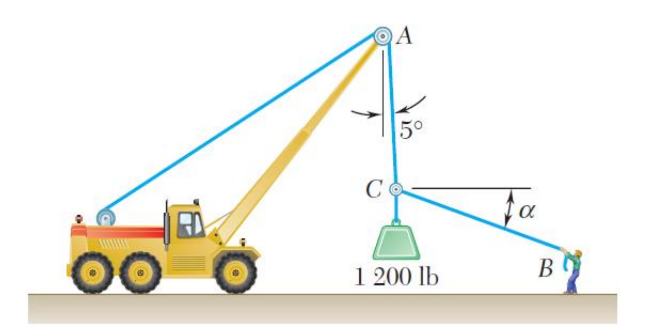
Si se sabe que $\alpha = 20°$, determine la tensión a) en el cable AC, b) en la cuerda BC.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.36. Problema 2.58 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 42. Problema 2.59 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 36.

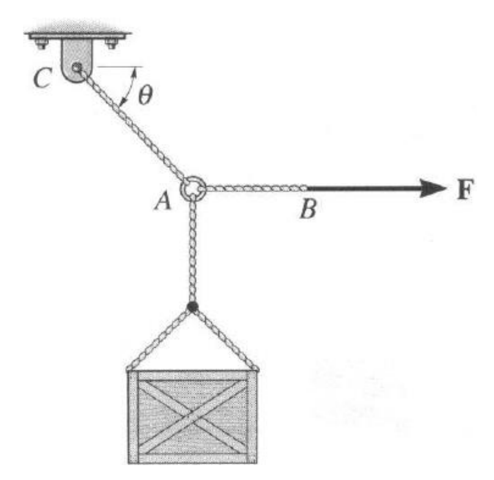
Para la situación descrita en la figura, determine: a) el valor de α para el cual la tensión en el cable BC sea la mínima posible y b) el valor correspondiente de la tensión.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.37. Problema 3.10 del Hibbeler. Décima Edición. Página 92.

El cajón de 500 lb va a ser levantado usando las cuerdas AB y AC. Cada cuerda puede resistir una tensión máxima de 2500 lb antes de romperse. Si AB siempre permanece horizontal, determine el ángulo θ más pequeño con qe el cajón puede ser levantado.



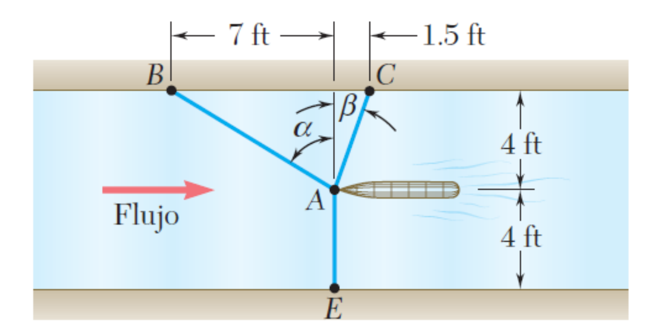
VER SOLUCIÓN.

Cuerpos sometidos a más de tres fuerzas.

Ejemplo 1.38. Problema resuelto 2.6 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 39.

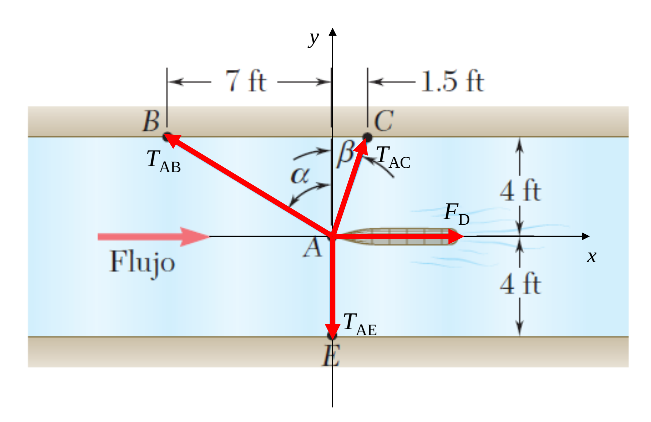
Problema resuelto 2.6 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 33.

Como parte del diseño de un nuevo velero, se desea determinar la fuerza de arrastre que puede esperarse a cierta velocidad. Para hacerlo, se coloca un modelo del casco propuesto en un canal de prueba y se usan tres cables para mantener su proa en el eje del centro del canal. Las lecturas de los dinamómetros indican que para una velocidad dada la tensión es de 40 lb en el cable *AB* y de 60 lb en el cable *AE*. Determine la fuerza de arrastre ejercida sobre el casco y la tensión en el cable *AC*.



Solución.

En la figura siguiente se muestra el diagrama del cuerpo libre:



Cálculo de los ángulos α y β.

$$\tan\alpha = \frac{7}{4}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{7}{4}\right)$$

$\alpha = 60.26°$

$\tan\beta = \frac{1.5}{4}$

$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{1.5}{4}\right)$

$\beta = 20.56°$

Puesto que la velocidad de arrastre es constante, la fuerza resultante sobre el velero es nula.

Fuerza resultante en el eje horizontal.

$F_{Rx} = \sum F_x = 0$

$F_D + T_{AC}\operatorname{sen}\beta - T_{AB}\operatorname{sen}\alpha = 0$

$F_D + T_{AC}\operatorname{sen}20.56° - 40\operatorname{sen}60.26° = 0$ (1)

Fuerza resultante en el eje vertical.

$F_{Ry} = \sum F_y = 0$

$T_{AC}\cos\beta + T_{AB}\cos\alpha - T_{AE} = 0$

$T_{AC}\cos 20.56° + 40\cos 60.26° - 60 = 0$

$T_{AC} = \frac{60 - 40\cos 60.26°}{\cos 20.56°}$

T_{AC} = 42.89 lb

Fuerza de arrastre.

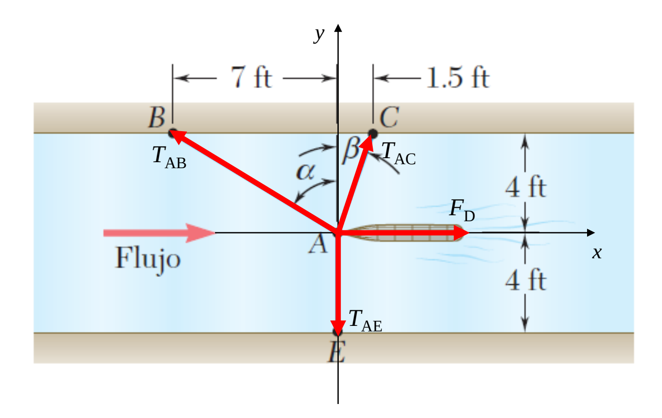
De la ecuación (1):

$F_D = 40\operatorname{sen}60.26° - T_{AC}\operatorname{sen}20.56°$

$F_D = 40\operatorname{sen}60.26° - 42.89\operatorname{sen}20.56°$

F_D = 19.67 lb

Una forma alterna de resolver este problema es mediante la descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares.



Condición de equilibrio:

$$\sum F = 0$$

$$F_D + T_{AC} + T_{AB} + T_{AE} = 0$$

Fuerzas individuales:

$$F_D = F_D\, i$$

$$T_{AC} = T_{AC}\,\text{sen}\,\beta\, i + T_{AC}\cos\beta\, j$$

$$T_{AB} = -T_{AB}\,\text{sen}\,\alpha\, i + T_{AB}\cos\alpha\, j$$

$$T_{AE} = -T_{AE}\, j$$

Al sustituir en la fórmula de la condición de equilibrio:

$$(F_D\, i) + (T_{AC}\,\text{sen}\,\beta\, i + T_{AC}\cos\beta\, j) + (-T_{AB}\,\text{sen}\,\alpha\, i + T_{AB}\cos\alpha\, j) + (-T_{AE}\, j) = 0$$

Al simplificar los paréntesis:

$$F_D\, i + T_{AC}\,\text{sen}\,\beta\, i + T_{AC}\cos\beta\, j - T_{AB}\,\text{sen}\,\alpha\, i + T_{AB}\cos\alpha\, j - T_{AE}\, j = 0$$

Se agrupan las componentes:

$$(F_D + T_{AC}\,\text{sen}\,\beta - T_{AB}\,\text{sen}\,\alpha)\, i + (T_{AC}\cos\beta + T_{AB}\cos\alpha - T_{AE})\, j = 0$$

Puesto que el vector resultante debe ser nulo, ambas componentes son iguales a cero.

$$F_D + T_{AC}\,\text{sen}\,\beta - T_{AB}\,\text{sen}\,\alpha = 0$$

$$T_{AC}\cos\beta + T_{AB}\cos\alpha - T_{AE} = 0$$

Al sustituir valores:

$$F_D + T_{AC}\,\text{sen}\,20.56° - 40\,\text{sen}\,60.26° = 0 \quad (1)$$

$T_{AC}\cos 20.56° + 40\cos 60.26° - 60 = 0$ (2)

De la ecuación (2):

$$T_{AC} = \frac{60 - 40\cos 60.26°}{\cos 20.56°}$$

T_{AC} = 42.89 lb

De la ecuación (1):

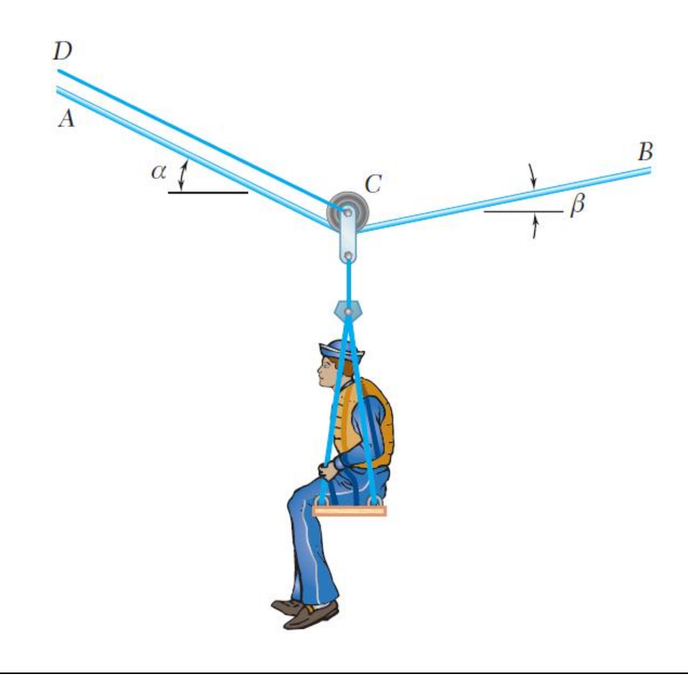
$F_D = 40\,\text{sen}\,60.26° - T_{AC}\,\text{sen}\,20.56°$

$F_D = 40\,\text{sen}\,60.26° - 42.89\,\text{sen}\,20.56°$

F_D = 19.67 lb

Ejemplo 1.39. Problema 2.55 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 43. Problema 2.53 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 37.

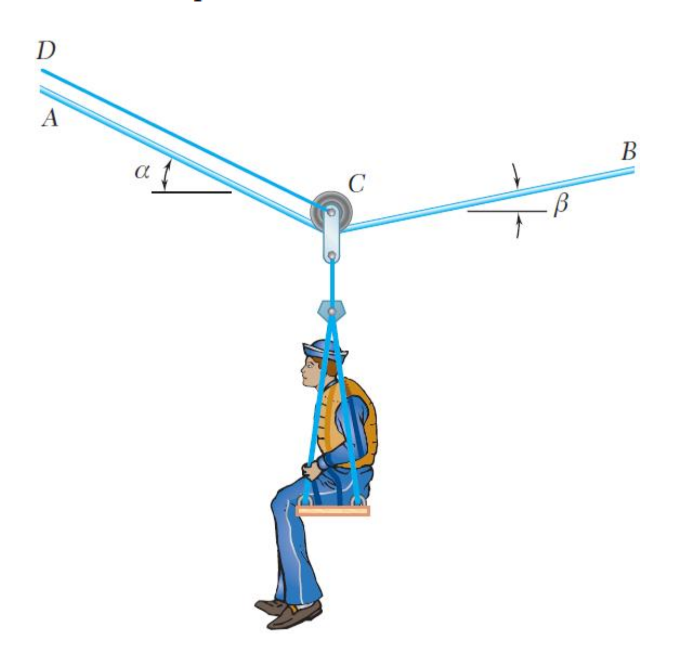
Se rescata a un marinero con una silla de contramaestre suspendida de una polea, la cual rueda libremente sobre el cable de apoyo *ACB* y se jala a una velocidad constante mediante el cable *CD*. Si se sabe que $\alpha = 30°$ y $\beta = 10°$, y que el peso combinado de la silla y el individuo es de 900 N, determine la tensión a) en el cable de soporte *ACB* y b) en el cable de tracción *CD*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.40. Problema 2.56 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 43. Problema 2.54 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 37.

Se rescata a un marinero con una silla de contramaestre suspendida de una polea, la cual rueda libremente sobre el cable de apoyo *ACB* y se jala a una velocidad constante mediante el cable *CD*. Si se sabe que $\alpha = 25°$ y $\beta = 15°$, y que la tensión en el cable *CD* es de 80 N, determine a) el peso combinado de la silla y el individuo, y b) la tensión en el cable de soporte *ACB* y b) en el cable de soporte *ACB*.

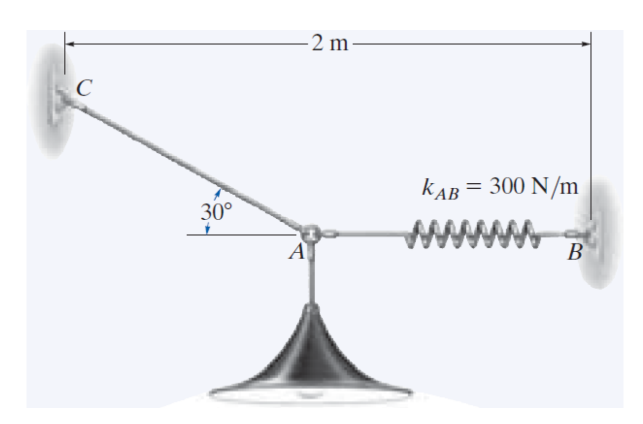


VER SOLUCIÓN.

Sistemas que involucran resortes.

Ejemplo 1.41. Ejemplo 3.4 del Hibbeler. Décima Edición. Página 89. Ejemplo 3.4 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 93.

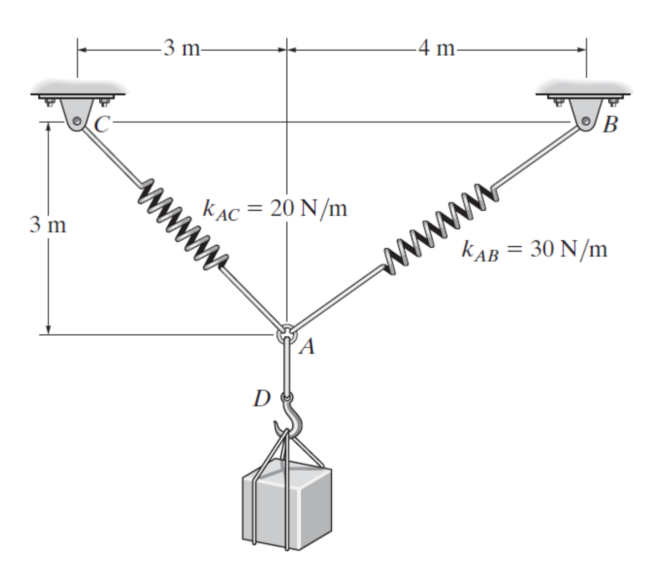
Determine la longitud requerida para el cable de corriente alterna de la figura, de manera que la lámpara de 8 kg esté suspendida en la posición que se muestra. La longitud *no deformada* del resorte *AB* es $l'_{AB} = 0.4\ \text{m}$, y el resorte tiene una rigidez de $k_{AB} = 300\ \text{N/m}$.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.42. Problema 3.14 del Hibbeler. Décima Edición. Página 92. Problema 3.15 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 96.

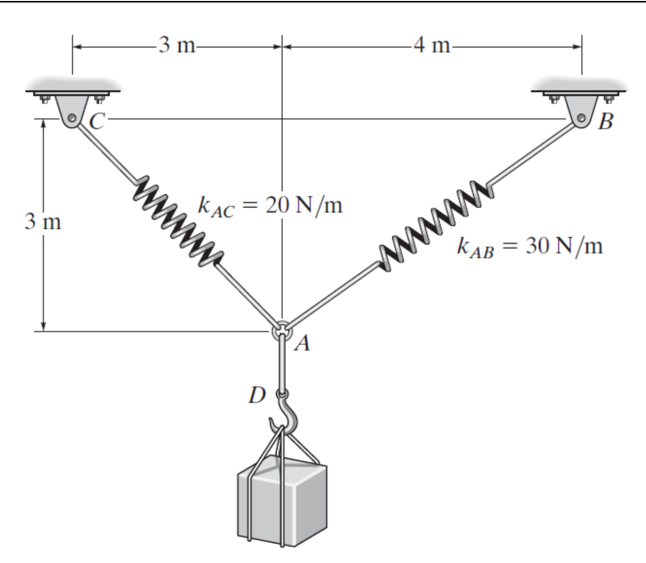
La longitud no alargada del resorte *AB* es de 3 m. Si el bloque se mantiene en la posición de equilibrio mostrada, determine la masa del bloque en *D*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.43. Problema 3.13 del Hibbeler. Décima Edición. Página 92. Problema 3.14 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 96.

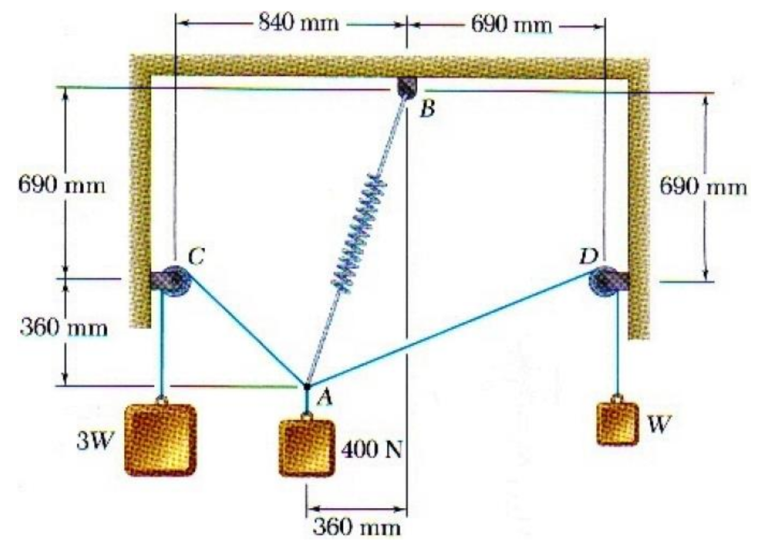
Determine el alargamiento en los resortes *AC* y *AB* cuando el bloque de 2 kg está en equilibrio. Los resortes se muestran en la posición de equilibrio.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.44. Problema 2.57 del Beer – Johnston. Octava Edición. Página 43.

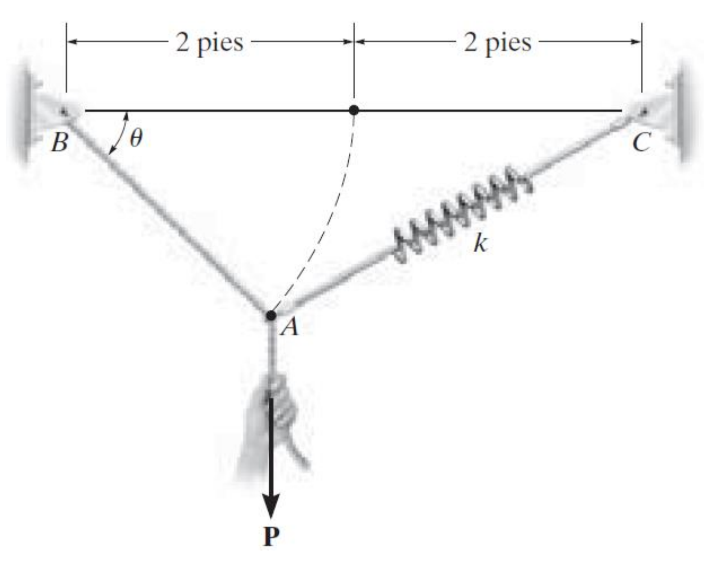
Una carga con peso de 400 N está suspendida de un resorte y dos cuerdas, las cuales se unen a dos bloques de pesos 3W y W como se muestra en la figura. Si la constante del resorte es de 800 N/m, determine a) el valor de W, b) la longitud sin estirar del resorte.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 1.45. Problema 3.31 del Hibbeler. Décima Edición. Página 95. Problema 3.22 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 97.

Una fuerza vertical P = 10 lb se aplica a los extremos de la cuerda *AB* de 2 pies y del resorte *AC*. Si el resorte tiene una longitud no alargada de 2 pies, determine el ángulo θ necesario para el equilibrio. Considere k = 15 lb/pie.



VER SOLUCIÓN.

BIBLIOGRAFÍA.

Beer, F., E. R. Johnston, D. F. Mazurek y E. R. Eisenberg, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 8a ed., McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A de C.V, México, 2007.

Beer, F., E. R. Johnston, D. F. Mazurek y E. R. Eisenberg, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 9a ed., McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A de C.V, México, 2010.

Beer, F., E. R. Johnston y D. F. Mazurek, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 10a ed., McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A de C.V, México, 2013.

Hibbeler, R. C, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 10 ed., Pearson Education de México, S.A de C.V. México, 2004.

Hibbeler, R.C, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 11 ed., Pearson Education de México, S.A de C.V. México, 2010.

Meriam, J. L y L. G. Kraige. *Statics*. Seventh Edition. John Wiley & Sons, Inc. Estados Unidos. 2012.